$$x^2 + 1/x^2 + y^2 + 1/y^2 = 4$$

$x = ?$ $y = ?$

---------- Q U E S T I O N ----------

$x^2 + 1/x^2 + y^2 + 1/y^2 = 4$

$x = ?$

$y = ?$

---------- R É P O N S E ----------

$x^2 + 1/x^2 + y^2 + 1/y^2 = 4$

$x^2 + (1/x)^2 + y^2 + (1/y)^2 = 4$

note:

- $(a^2 + b^2) = (a + b)^2 - 2ab$
- et également
- $(a^2 + b^2) = (a - b)^2 + 2ab$

en conséquence:

$(x - 1/x)^2 + 2 \cdot x \cdot (1/x) + (y - 1/y)^2 + 2 \cdot y \cdot (1/y) = 4$

$(x - 1/x)^2 + 2 + (y - 1/y)^2 + 2 = 4$

$(x - 1/x)^2 + (y - 1/y)^2 = 0$

constat:

- $(x - 1/x)^2 = 0$ et $(y - 1/y)^2 = 0$ est l'unique solution

---
----- $(x - 1/x)^2 = 0$ -----

$(x - 1/x)^2 = 0$

$x - 1/x = 0$

$x \cdot (x - 1/x) = 0$

$x^2 - 1 = 0$

$x^2 = 1$

$x = +/-\sqrt{1}$

.---------.
| x = 1 |
.---------.
| x = -1 |
.---------.

----- (y - 1/y)² = 0 -----

(y - 1/y)² = 0

y - 1/y = 0

y·(y - 1/y) = 0

y² - 1 = 0

y² = 1

y = +/-√1

.---------.
| y = 1 |
.---------.
| y = -1 |
.---------.

----- conclusion -----

il y a donc 4 réponses (4 cas qui vérifient l'équation):

• x = -1 et y = -1

• x = -1 et y = +1

• x = +1 et y = -1

• x = +1 et y = +1