



dans l'expression

$$(1 - 2x)^5 \cdot (1 + 4x^2)^5 \cdot (1 + 2x)^5$$

quel est le

coefficient de  $x^{12}$  ?



----- Q U E S T I O N -----

$$(1 - 2x)^5 \cdot (1 + 4x^2)^5 \cdot (1 + 2x)^5$$

coefficient de  $x^{12} = ?$

----- R É P O N S E -----

rappels:

- $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$
- $(a + b)^5 = a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5$
- $(a - b)^5 = a^5 - 5a^4b + 10a^3b^2 - 10a^2b^3 + 5ab^4 - b^5$

-----

$$(1 - 2x)^5 \cdot (1 + 4x^2)^5 \cdot (1 + 2x)^5$$

$$= (1 - 2x)^5 \cdot (1 + 2x)^5 \cdot (1 + 4x^2)^5$$

$$= [(1 - 2x) \cdot (1 + 2x)]^5 \cdot (1 + 4x^2)^5$$

$$= (1 - 4x^2)^5 \cdot (1 + 4x^2)^5$$

$$= [(1 - 4x^2) \cdot (1 + 4x^2)]^5$$

$$= (1 - 16x^4)^5$$

$$= 1^5 - 5 \cdot 1^4 16x^4 + 10 \cdot 1^3 (16x^4)^2 - 10 \cdot 1^2 (16x^4)^3 + 5 \cdot 1 \cdot (16x^4)^4 - (16x^4)^5$$

$$\begin{array}{c} \text{-----} \\ | \\ \cdot \text{-----} \cdot \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \cdot \text{----} \rightarrow = -10 \cdot 16^3 x^{12} \end{array}$$

le coefficient de  $x^{12}$  est  $-10 \cdot 16^3$

$$-10 \cdot 16^3$$

$$= -5 \cdot 2 \cdot 16^3$$

$$= -5 \cdot 2 \cdot (2^4)^3$$

$$= -5 \cdot 2 \cdot 2^{12}$$

$$= \boxed{-5 \cdot 2^{13}}$$