

$$x^2 = x^5$$

$$x = ?$$

(dans  $\mathbb{R}$  et dans  $\mathbb{C}$ )



----- Q U E S T I O N -----

$$x^2 = x^5$$

$$x = ?$$

----- R É P O N S E -----

$$x^2 = x^5$$

$$x^2 - x^5 = 0$$

$$x^2 \cdot (1 - x^3) = 0$$

terme  $x^2$ :

- $x^2 = 0$
- $x = 0$  <--- solution #1

terme  $(1 - x^3)$ :

- $1 - x^3 = 0$
- $1^3 - x^3 = 0$
- rappel:  $(a^3 - b^3) = (a - b) \cdot (a^2 + ab + b^2)$
- $(1 - x) \cdot (1 + x + x^2) = 0$

terme  $(1 - x)$ :

- $1 - x = 0$
- $x = 1$  <--- solution #2

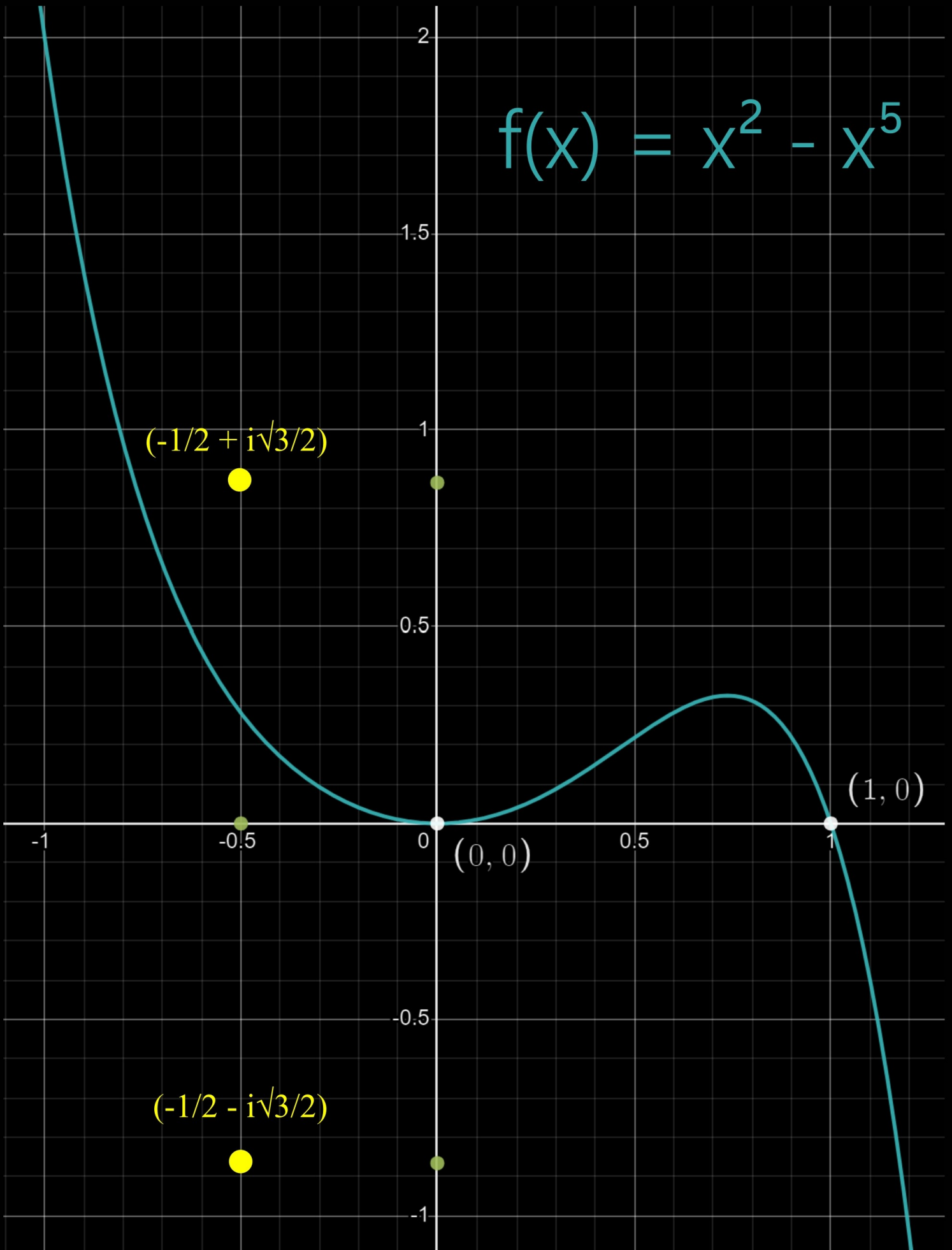
terme  $(1 + x + x^2)$ :

- $x^2 + x + 1 = 0$
- racine #1:  $x = -1 + \sqrt{(1^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1)} / 2 \cdot 1 = -1/2 + i\sqrt{3}/2$  <--- solution #3
- racine #2:  $x = -1 - \sqrt{(1^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1)} / 2 \cdot 1 = -1/2 - i\sqrt{3}/2$  <--- solution #4

résultats finaux:

|                               |  |
|-------------------------------|--|
| -----<br>  $x = 0$  <br>----- | -----<br>  $x = -1/2 + i\sqrt{3}/2$  <br>----- |
| -----<br>  $x = 1$  <br>----- | -----<br>  $x = -1/2 - i\sqrt{3}/2$  <br>----- |

$$f(x) = x^2 - x^5$$



## N O T E   C O M P L É M E N T A I R E

La résolution (dans  $\mathbb{R}$ ) de l'équation  $x^2 = x^5$  est immédiate si on se rappelle que:

$$\begin{array}{c} \cdot \text{-----} \cdot \\ | a^m = a^n \Rightarrow m = n \text{ sauf si } a = 0 \text{ ou } 1 | \\ \cdot \text{-----} \cdot \end{array}$$

Rappel:

- $a^m = a^n$
- $\log(a^m) = \log(a^n)$
- $m \cdot \log(a) = n \cdot \log(a)$
- $m \cdot \log(a) - n \cdot \log(a) = 0$
- mise en facteur commun de  $\log(a)$
- $(m - n) \cdot \log(a) = 0 \Rightarrow m = n$  sauf dans deux cas:
  - cas #1: si  $a = 0$  alors  $\log(a) = \log(0) = \text{IMPOSSIBLE}$
  - cas #2: si  $a = 1$  alors  $\log(a) = \log(1) = 0$  et donc  $(m - n) \cdot \log(a) = 0$  même si  $m$  est différent de  $n$

fin