$$x^{-1} = 4^x$$

Deux raisonnements proposés:

- avec la fonction W de LAMBERT
- avec seulement des logarithmes

En existe-t-il un troisième ?

---------- Q U E S T I O N ----------

x^(-1) = 4^x

x = ?

---------- R É P O N S E ----------

----- solution #1 (avec la fonction W de LAMBERT) -----
----

x^(-1) = 4^x

ln(x^(-1)) = ln(4^x)

-1·ln(x) = x·ln(4)

-ln(x) = x·ln(4)

-ln(x)/x = (x·ln(4))/x

-ln(x)/x = ln(4)

rappel: 1/x = x^(-1)

-ln(x)·x^(-1) = ln(4)

rappel: a = e^ln(a)

-ln(x)·e^ln(x^(-1)) = ln(4)

-ln(x)·e^-ln(x^(1)) = ln(4)

-ln(x)·e^-ln(x) = ln(4)

(voir page suivante)

```
rappel: W(x·e^x) = x

W(-ln(x)·e^-ln(x)) = W(ln(4))

-ln(x) = W(ln(4))

    • ln(4) = ln(2^2)

    • ln(4) = 2·ln(2)

    • rappel: a = e^ln(a)

    • ln(4) = e^ln(2)·ln(2)

    • rappel: la multiplication est commutative

    • ln(4) = ln(2)·e^ln(2)

-ln(x) = W(ln(2)·e^ln(2))

rappel: W(x·e^x) = x

-ln(x) = ln(2)

ln(x) = -ln(2)

rappel: ln(a) = ln(b) => a = e^ln(b)

x = e^(-ln(2))

rappel: -ln(a) = ln(a^(-1))

x = e^(ln(2^(-1)))

 -------------
|   x = 1/2   |
 -------------
```

(voir page suivante)

```
-------------------------------------------------------
----- solution #2 (seulement avec des logarithmes) -----
-------------------------------------------------------

x^(-1) = 4^x

1/x^1 = 4^x

1/x = 4^x

soit y = 1/x

y = 4^(1/y)

log(y) = log(4^(1/y))

log(y) = (1/y)·log(4)

y·log(y) = y·(1/y)·log(4)

log(y^y) = (y/y)·log(4)

log(y^y) = 1·log(4)

log(y^y) = log(4)

y^y = 4

y = 2

y = 1/x

2 = 1/x

2x = 1

 -------------
|   x = 1/2   |
 -------------
```