

à  
simplifier  
au maximum  
sans calculatrice

$$\left( \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \right)^{12}$$



----- Q U E S T I O N -----

Simplifier:  $((1 + \sqrt{5})/2)^{12}$

----- R É P O N S E -----

$$((1 + \sqrt{5})/2)^{12}$$

$$= (1 + \sqrt{5})^{12} / 2^{12}$$

----- traitement du numérateur  $(1 + \sqrt{5})^{12}$  -----

$$(1 + \sqrt{5})^{12}$$

$$= ((1 + \sqrt{5})^3)^4$$

$$\text{rappel: } (a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$= (1 + 3\sqrt{5} + 15 + 5\sqrt{5})^4$$

$$= (16 + 8\sqrt{5})^4$$

$$= (8 \cdot (2 + \sqrt{5}))^4$$

$$= ((8 \cdot (2 + \sqrt{5}))^2)^2$$

$$= (64 \cdot (4 + 4\sqrt{5} + 5))^2$$

$$= (64 \cdot (9 + 4\sqrt{5}))^2$$

$$= 64^2 \cdot (81 + 72\sqrt{5} + 80)$$

$$= 64^2 \cdot (161 + 72\sqrt{5})$$

----- traitement du dénominateur  $2^{12}$  -----

$$2^{12}$$

$$= (2^6)^2$$

$$= 64^2$$

(voir page suivante)

----- toute l'expression  $(1 + \sqrt{5})^{12} / 2^{12}$  -----

$$(1 + \sqrt{5})^{12} / 2^{12}$$

$$= 64^2 \cdot (161 + 72\sqrt{5}) / 64^2$$

$$= 161 + 72\sqrt{5}$$

-----

$$\left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2}\right)^{12} = 161 + 72\sqrt{5}$$

sans calculatrice