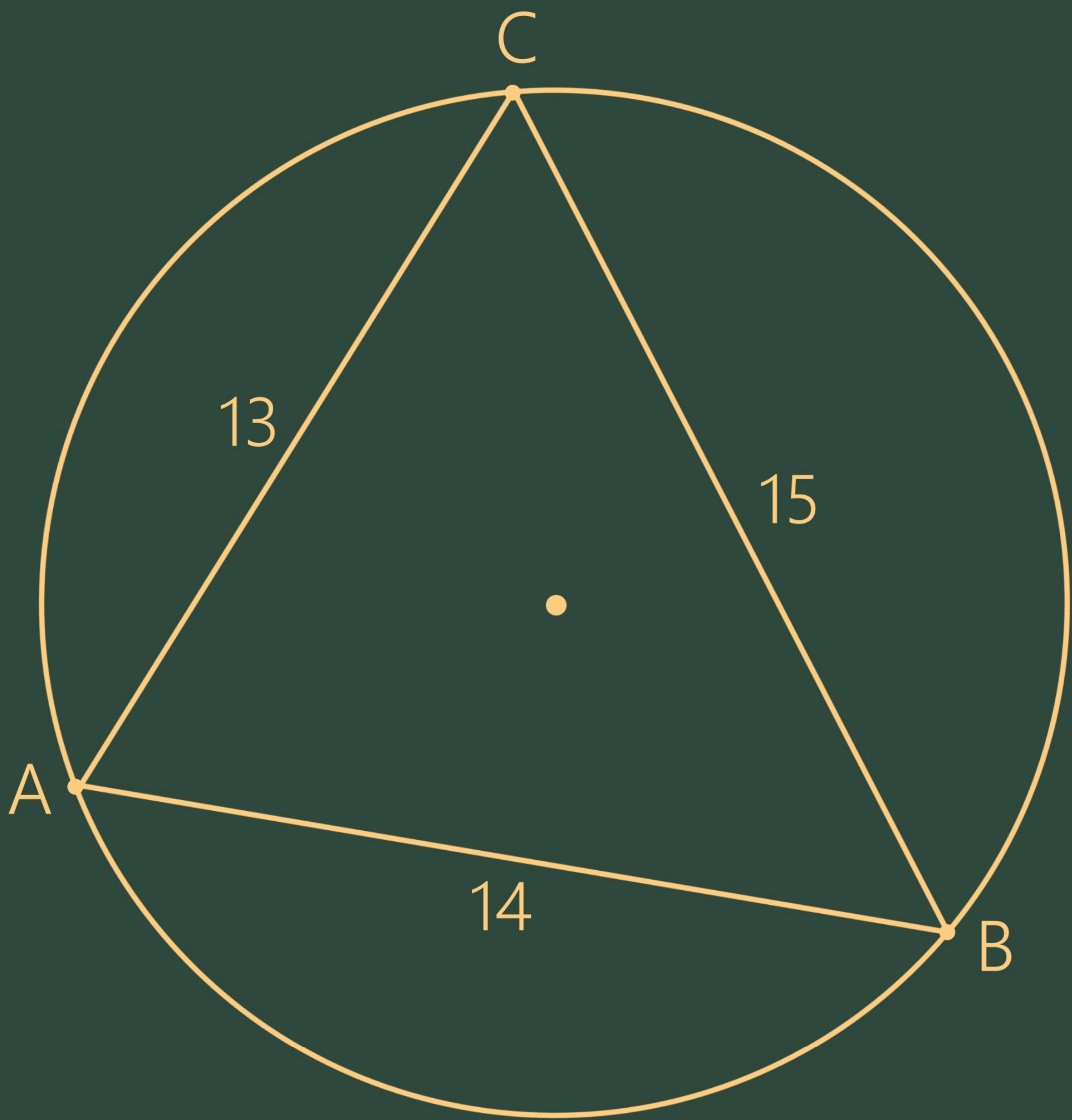


rayon du cercle = ?

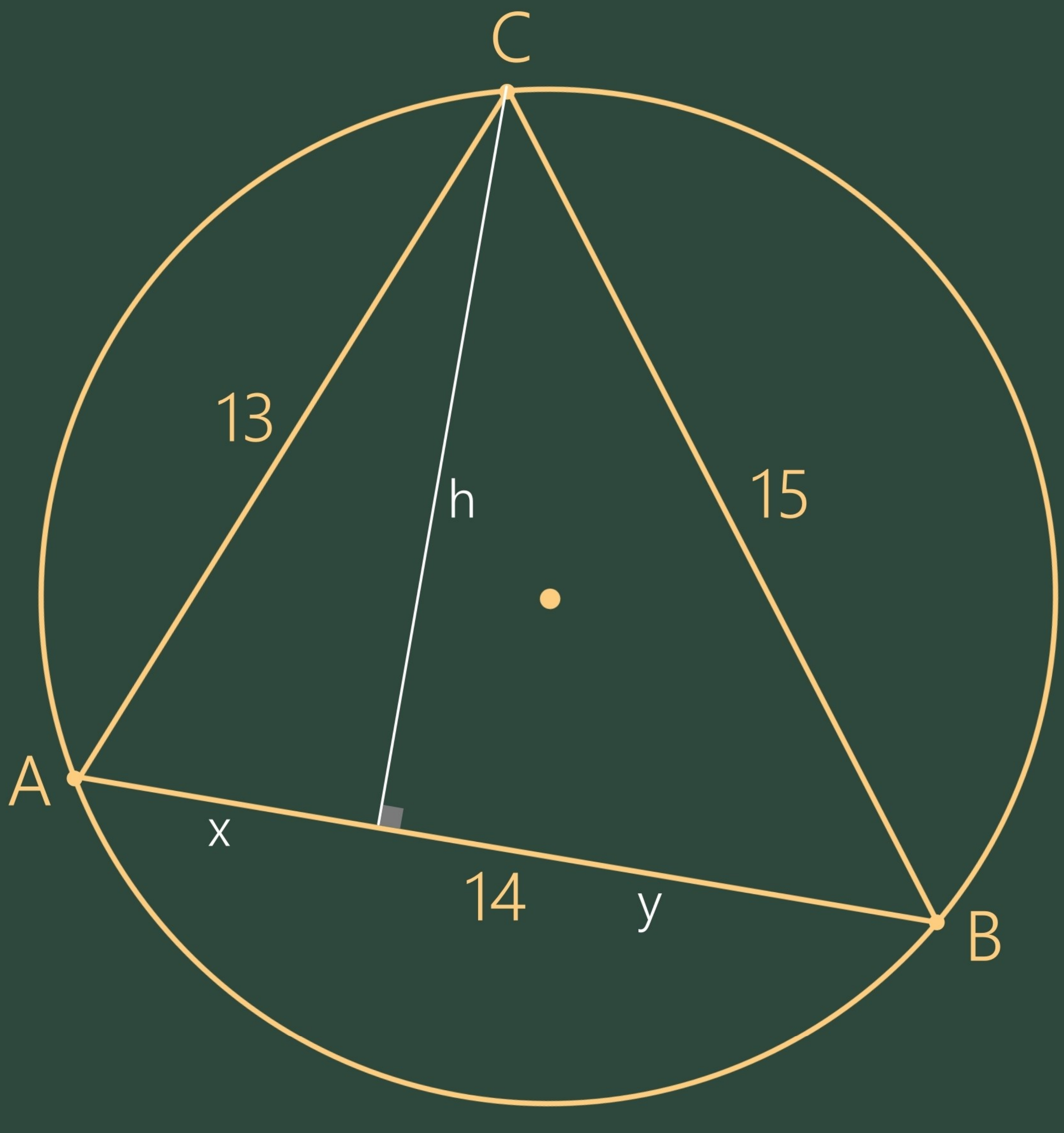


image #2

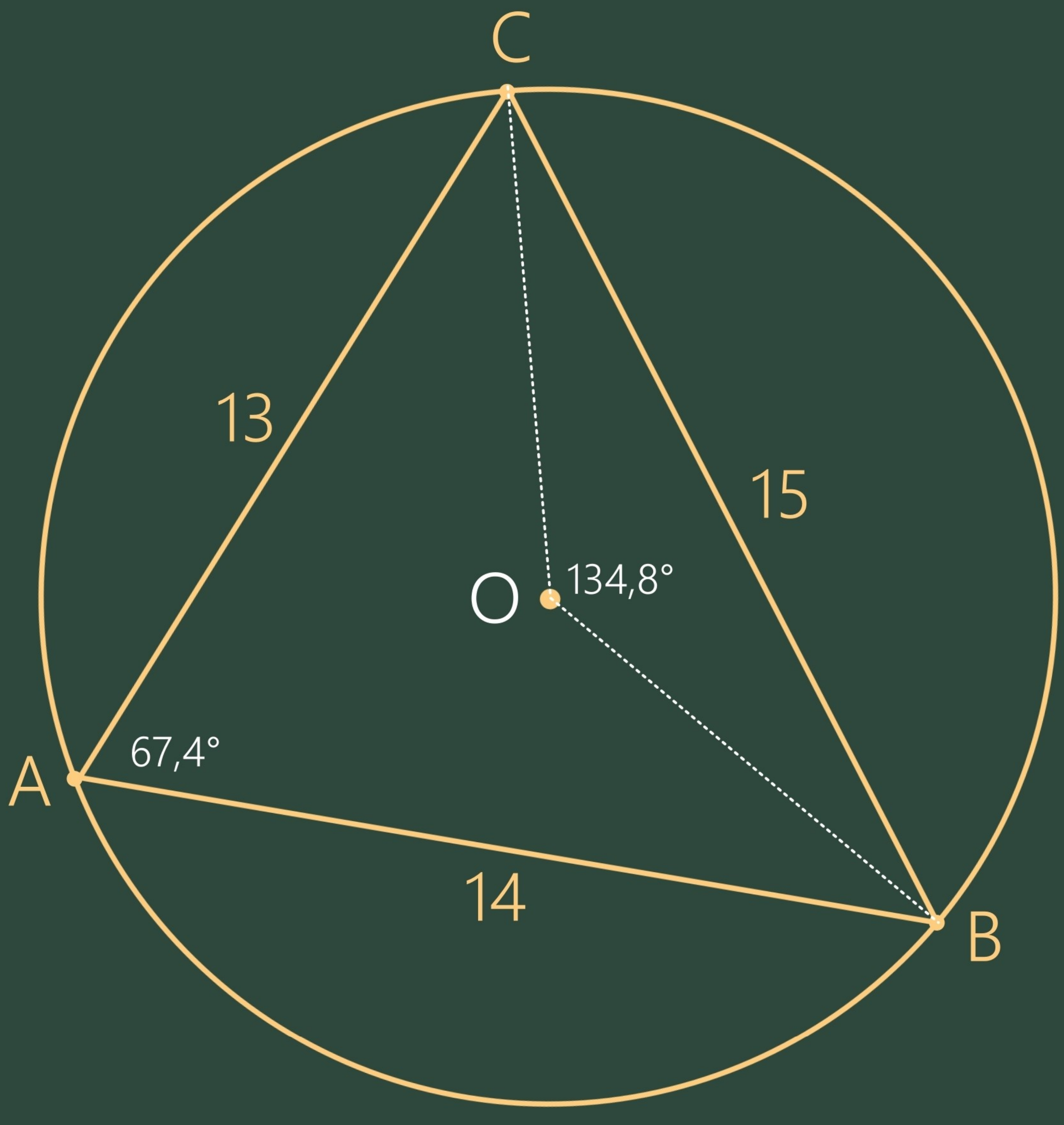


image #3

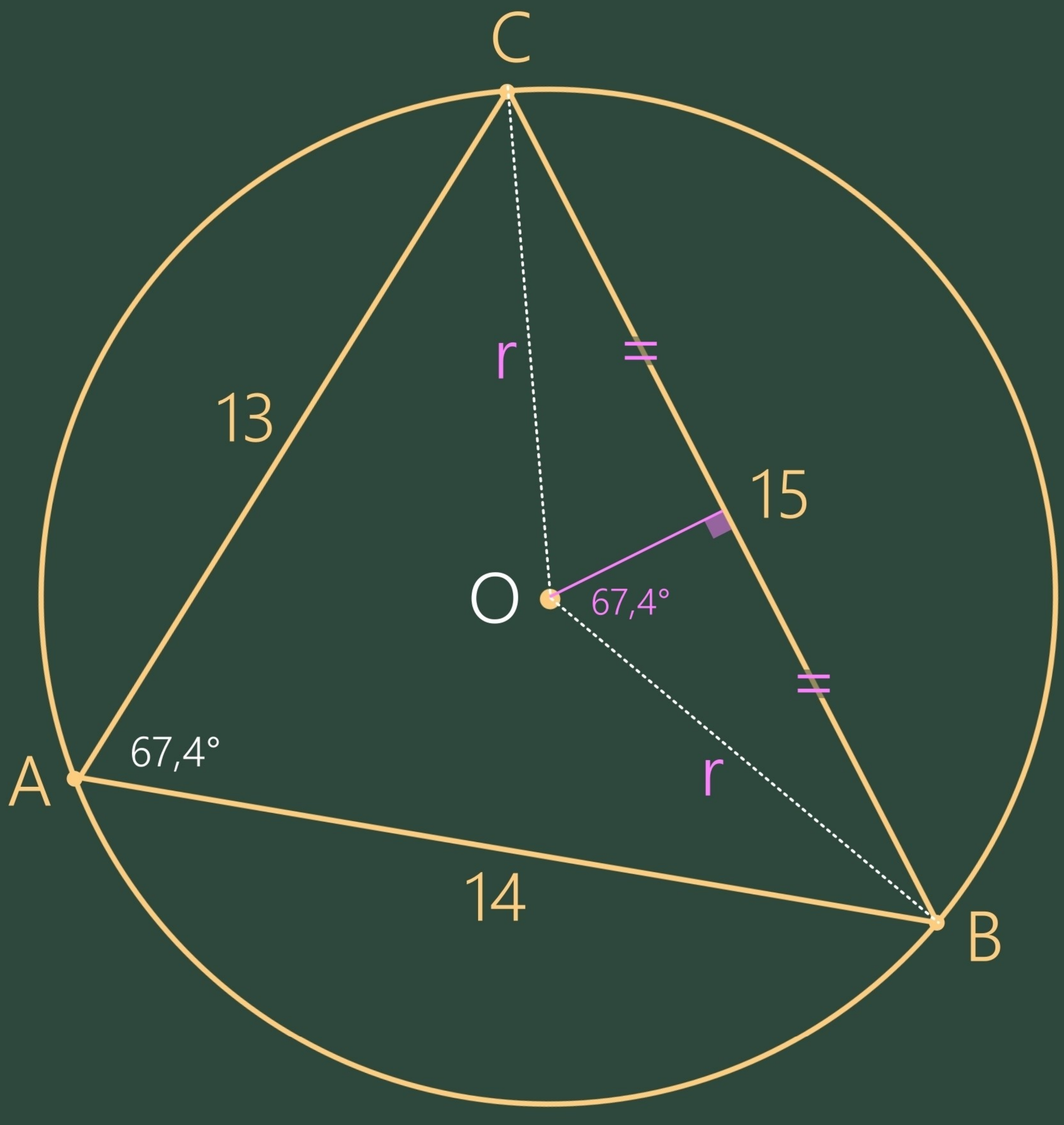


image #4

R É P O N S E (solution #1)

calcul de l'angle BAC (par la méthode d'AL KASHI)

----- image #2 -----

$13^2 = h^2 + x^2$

$15^2 = h^2 + y^2 \Rightarrow h^2 = 15^2 - y^2$

et $13^2 = h^2 + x^2$ devient $13^2 = 15^2 - y^2 + x^2$

$x + y = 14 \Rightarrow y = 14 - x$

et $13^2 = 15^2 - y^2 + x^2$ devient $13^2 = 15^2 - (14 - x)^2 + x^2$

$13^2 = 15^2 - (14^2 - 2 \cdot 14 \cdot x + x^2) + x^2$

$13^2 = 15^2 - (14^2 - 28 \cdot x + x^2) + x^2$

$13^2 = 15^2 - 14^2 + 28 \cdot x - x^2 + x^2$

$13^2 = 15^2 - 14^2 + 28 \cdot x$

$\cos(BAC) = x/13 \Rightarrow x = 13 \cdot \cos(BAC)$

et $13^2 = 15^2 - 14^2 + 28 \cdot x$ devient $13^2 = 15^2 - 14^2 + 28 \cdot 13 \cdot \cos(BAC)$

$28 \cdot 13 \cdot \cos(BAC) = 13^2 - 15^2 + 14^2$

$\cos(BAC) = (13^2 - 15^2 + 14^2)/(28 \cdot 13)$

$\cos(BAC) = 140/364$

$\arccos(140/364) = 67{,}38°$

$\boxed{\text{angle } BAC = 67{,}4°}$

(voir page suivante)

```
---------------------------------
----- calcul de l'angle BOC -----
---------------------------------
```

----- image #3 -----

Rappel sur le théorème de l'angle inscrit et de l'angle au centre:

<< Dans un cercle, un angle au centre mesure le double d'un angle

inscrit interceptant le même arc. >>

BOC = 2·BAC

BOC = 2·67,4°

```
.---------------------.
| angle BOC = 134,8° |
.---------------------.
```

```
-------------------------------------
----- calcul du rayon du cercle -----
-------------------------------------
```

----- image #4 -----

Rappel: << Le centre du cercle circonscrit à un triangle est le point de

concours des médiatrices des côtés de ce triangle. >>

Comme la médiatrice passe par le milieu du côté et est perpendiculaire

au côté, on peut écrire (r = rayon du cercle):

sin(67,4) = (15/2)/r

r = (15/2)/sin(67,4)

```
 --------------------------------
|                                |
|   r = rayon du cercle = 8,12   |
|                                |
 --------------------------------
```

(voir page suivante)

~~~~~~
~~~~~~~~~~ R É P O N S E (solution #2) ~~~~~~~~~~
~~~~~~

----- calcul de l'aire du triangle ABC -----

- méthode: aire à partir des longueurs des côtés (formule de HÉRON)
- formule: $\text{aire} = \sqrt{dp \cdot (dp - a) \cdot (dp - b) \cdot (dp - c)}$

  -> a, b et c sont les longueurs des côtés du triangle

  -> dp est le demi-périmètre du triangle
- $dp = (15 + 13 + 14)/2 = 42/2 = 21$
- $\text{aire} = \sqrt{21 \cdot (21 - 15) \cdot (21 - 13) \cdot (21 - 14)} = \sqrt{21 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 7} = \sqrt{7056} = 84$

----- calcul du rayon du cercle -----

- formule: rayon = (produit_des_côtés)/(4·aire_du_triangle) (*)
- $r = (15 \cdot 13 \cdot 14)/(4 \cdot 84)$
- $r = 2730/336$

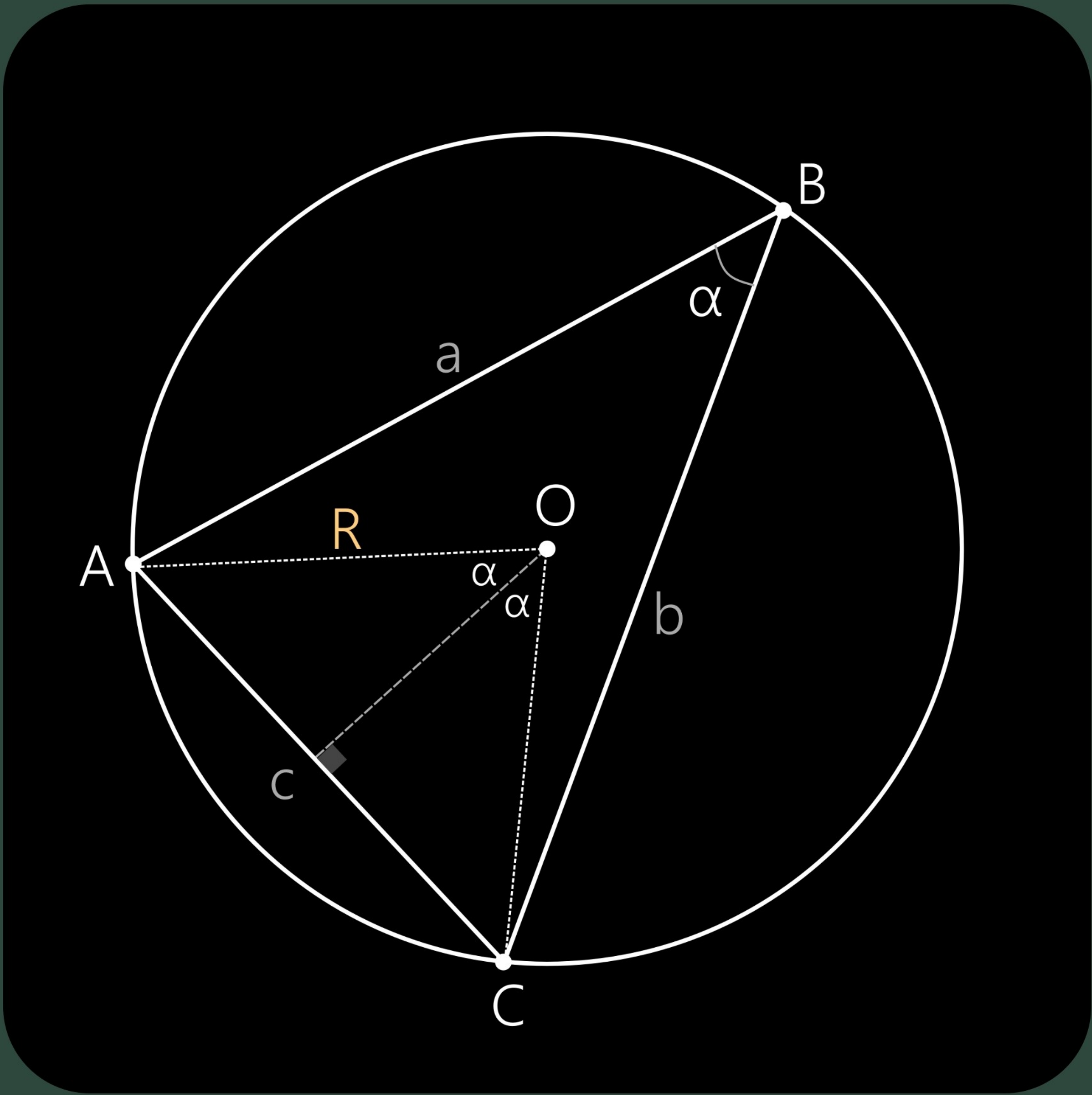
| r = rayon du cercle = 8,12 |

(*) Note: pourquoi le rayon d'un cercle circonscrit à un triangle est-il égal au produit des côtés divisé par quatre fois l'aire ?

| rayon = abc/4A |

(voir démonstration page suivante)

(voir page suivante)
~~~~~~



Démonstration (5 étapes):

- aire du triangle: $A = (ab/2)\cdot\sin(\alpha)$
- angle AOC: $2\cdot\alpha$
- son sinus: $c/2R$
- en substituant: $A = (ab/2)\cdot(c/2R) = abc/4R$
- isoler R: $\boxed{R = abc/4A}$

fin