Soit 2 cercles dont les équations sont les suivantes:

- cercle #1: $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 1$
- cercle #2: $(x - 5)^2 + (y - 4)^2 = 4$

Question:

- calculer la distance LA PLUS COURTE entre un point de la circonférence du cercle #1 et un point de la circonférence du cercle #2;
- étblir les coordonnées des ces 2 points.

SOLUTION

---------- R É P O N S E ----------

1) équation de la droite passant par les centres
~~~~~~

VOIR FIGURE #1

L'équation d'un cercle de rayon r et centré à l'origine d'un système d'axes cartésiens est:

$x^2 + y^2 = r^2$ et les coordonnées de son centre sont donc: (0;0)

L'équation d'un cercle de rayon r et non centré à l'origine d'un système d'axes cartésiens est:

$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ et les coordonnées de son centre sont donc: (a;b)

En conséquence:

- soit le cercle #1: $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 1$ => coordonnées de son centre: (1;1)

- soit le cercle #2: $(x - 5)^2 + (y - 4)^2 = 4$ => coordonnées de son centre: (5;4)

Application du modèle $y = ax + b$ (droite affine) passant par le centre des 2 cercles:

- point #1 (centre du cercle #1): (1;1) => $ax + b = y$ => $a\cdot 1 + b = 1$ => $a + b = 1$

- point #2 (centre du cercle #2): (5;4) => $ax + b = y$ => $a\cdot 5 + b = 4$ => $5a + b = 4$

=> système (Ln = Ligne #n):

$$\left| \begin{array}{l} L1: a + b = 1 \\ \\ L2: 5a + b = 4 \end{array} \right.$$

$L2 - L1 = 4a = 3$ => $a = 3/4$
~~~~~~

L1: $3/4 + b = 1 \Rightarrow b = 1 - 3/4 = 1/4$

```
.----------------------.
| f(x) = (3/4)x + 1/4 |
'----------------------'
```

2) calcul des coordonnées x et y du point du cercle #1 le plus près du cercle #2

VOIR FIGURE #2

Rappel:

- L'angle formé par une droite affine avec l'axe des x est l'arc tangente

  du coefficient directeur (taux de variation).

- Exemple: $f(x) = 5x + 3 \Rightarrow$ angle = acrctan(5) = 78,69°

- Exemple: $f(x) = -2x + 8 \Rightarrow$ angle = acrctan(-2) = -63,43°

Comme ...

- angle BAC = arctan(3/4) = 36,86°

- AB = 1 (rayon du cercle #1)

- sin(BAC) = BC/AB

- sin(36,86°) = BC/1

=> BC = sin(36,86°)·1 = 0,6

- cos(36,86°) = AC/1

=> AC = cos(36,86°)·1 = 0,8

=> les coordonnées du point B:

-> axe des x: 1 + AC = 1 + 0,8 = 1,8

-> axe des y: 1 + BC = 1 + 0,6 = 1,6

-> point B = (1,8;1,6)

```
.-------------------------------------.
| point B (cercle #1): B = (1,8;1,6) |
'-------------------------------------'
```

```
3) calcul des coordonnées x et y du point du cercle #2 le plus près du cercle #1
~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~
```

VOIR FIGURE #2

Comme ...

• angle EDF = BAC = 36,86° (BAC a été calculé ci-dessus)

• DE = 2 (rayon du cercle #2)

• sin(EDF) = EF/DE

• sin(36,86°) = EF/2

=> EF = sin(36,86°)·2 = 1,2

• cos(36,86°) = DF/2

=> DF = cos(36,86°)·2 = 1,6

=> les coordonnées du point c:

-> axe des x: 5 - DF = 5 + 1,6 = 3,4

-> axe des y: 1 + EF = 4 + 1,2 = 2,8

-> point D = (3,4;2,8)

```
.-------------------------------------.
| point D (cercle #2): B = (3,4;2,8) |
.-------------------------------------.
```

4) distance entre les 2 points B et D
~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~

VOIR FIGURES #3 ET #4

soit d (distance) = BD

- $d^2 = (3,4 - 1,8)^2 + (2,8 - 1,6)^2$
- $d^2 = 1,6^2 + 1,2^2$
- $d^2 = 4$
- $d = \sqrt{4}$
- $d = BD = 2$

```
 --------------------
|                    |
|   distance BD = 2  |
|                    |
 --------------------
```

figures #1 à #4
(pages suivantes)
~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~

figure #1

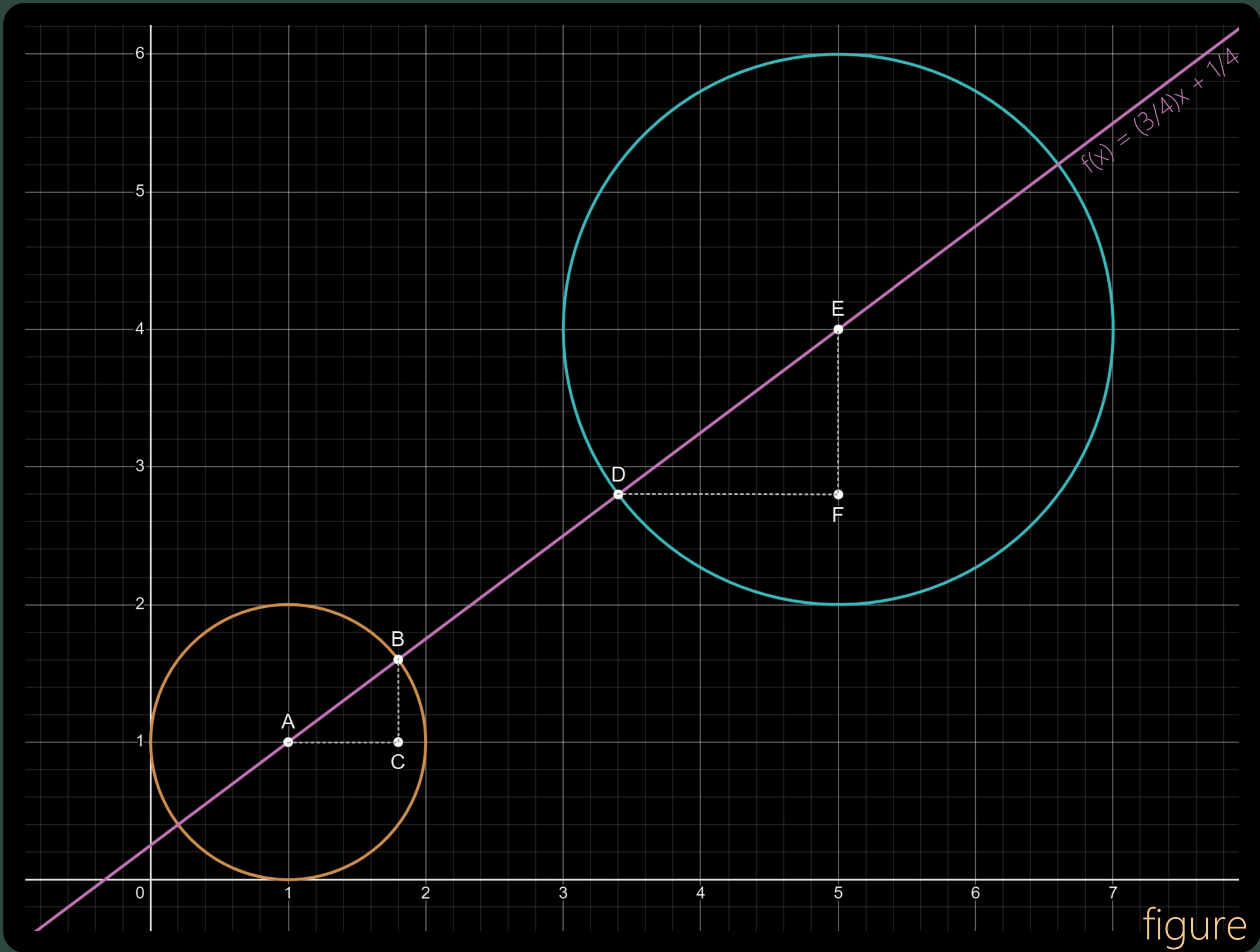

figure #2

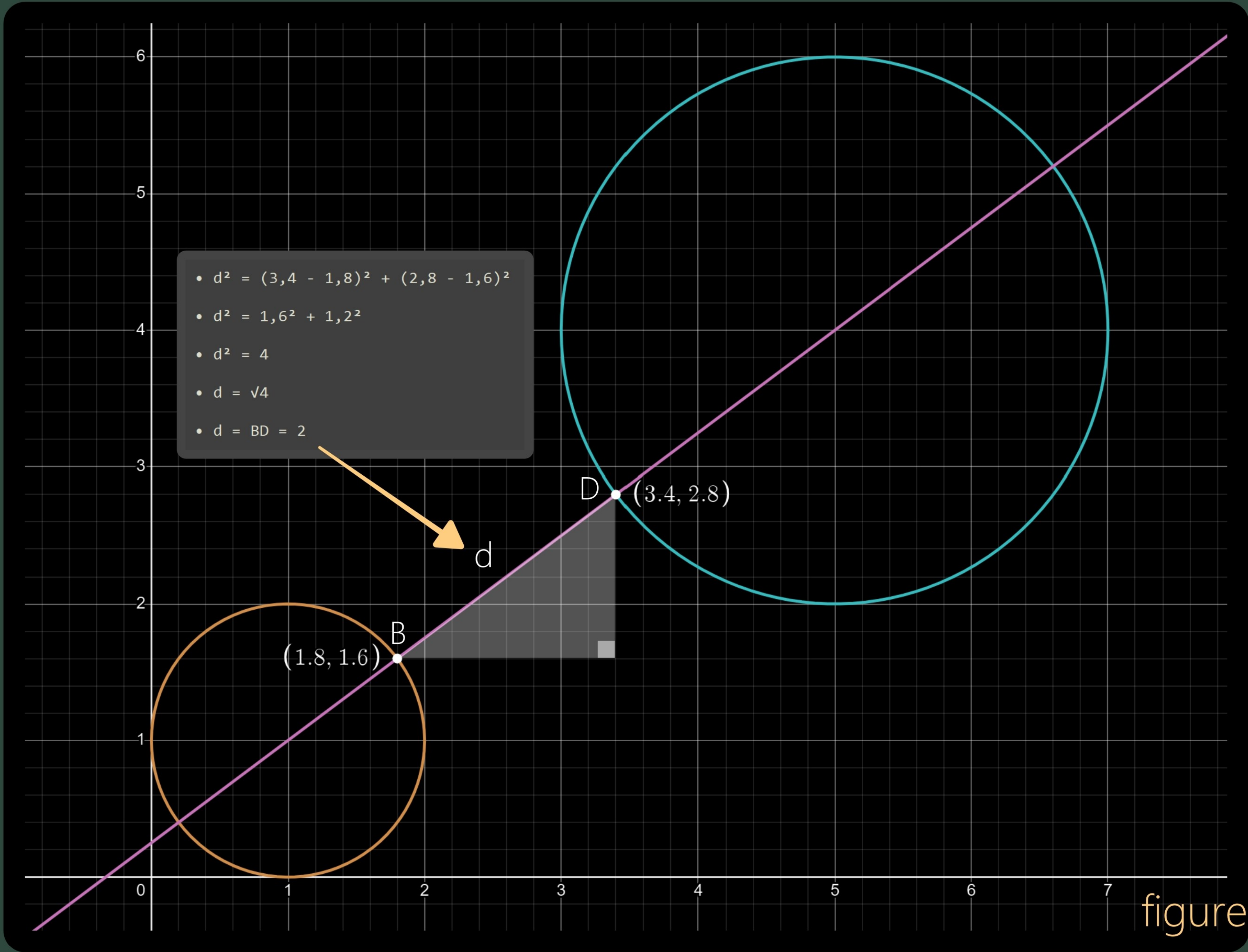

figure #3

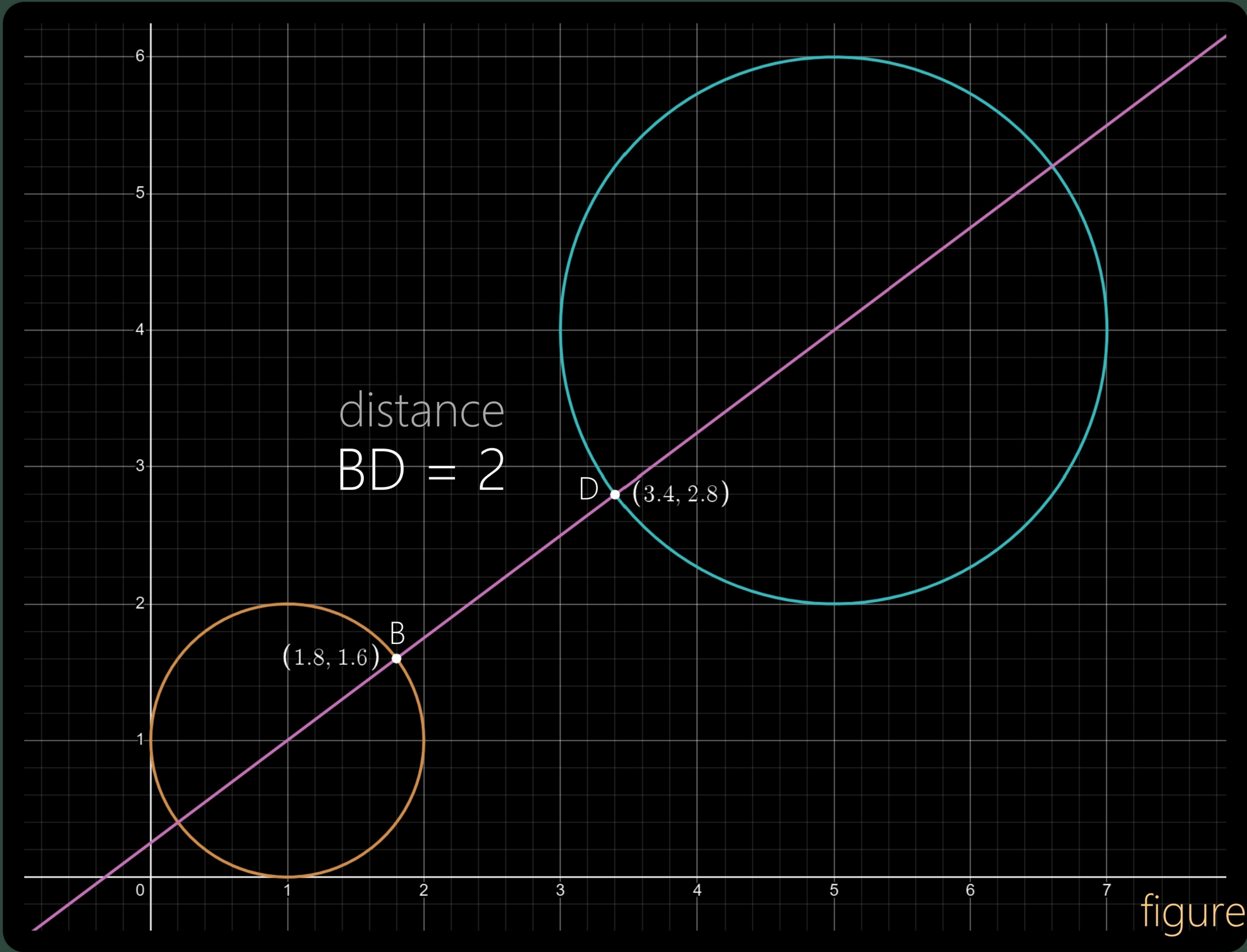

figure #4

fin