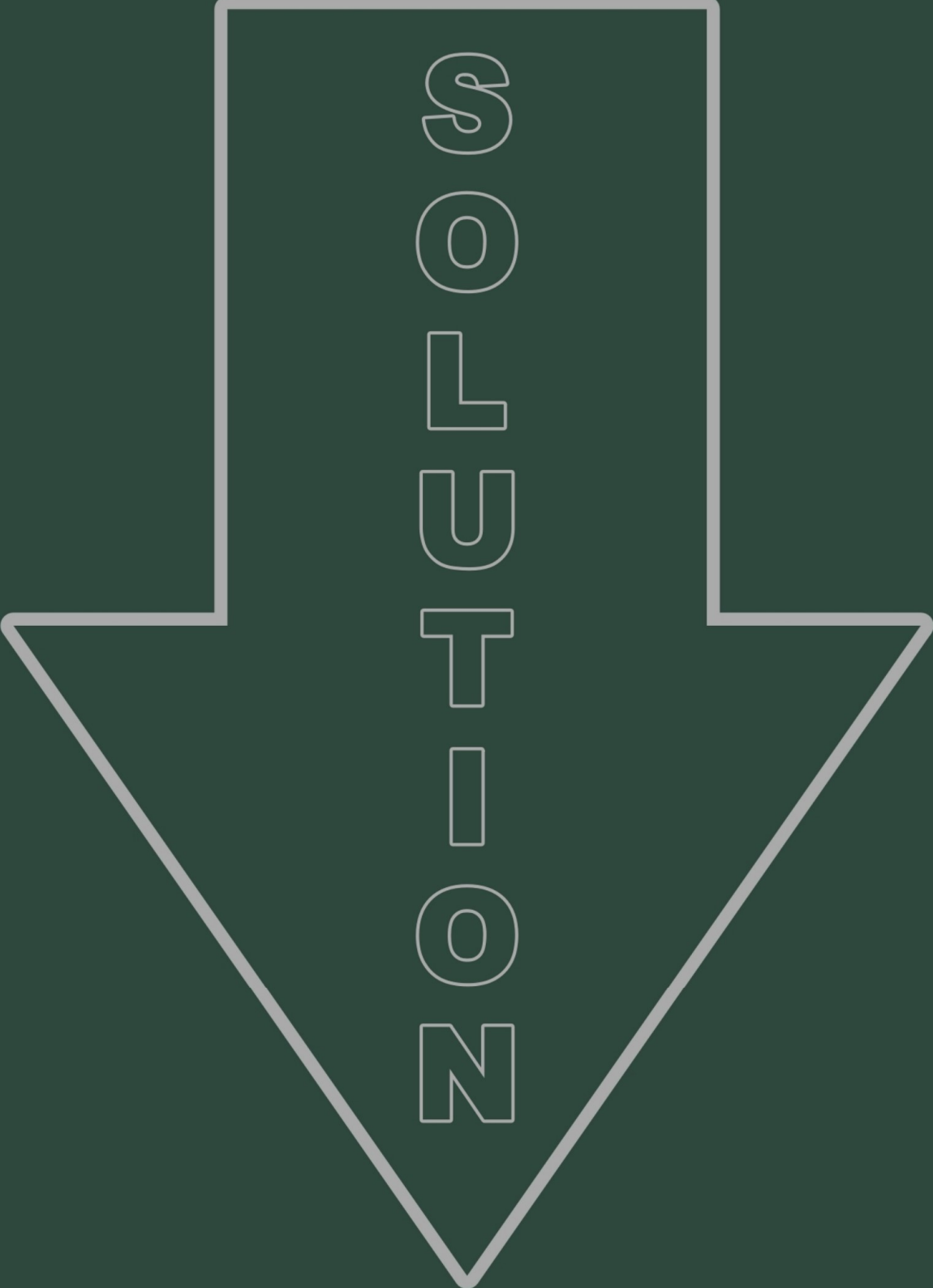


$$a^3 + a = 350$$

$$a = ?$$

dans \mathbb{R} et \mathbb{C}



----- Q U E S T I O N -----

$$a^3 + a = 350$$

$a = ?$ (dans \mathbb{R} et dans \mathbb{C})

----- R É P O N S E -----

----- méthode #1: formule de Cardan/Tartaglia -----

$$a^3 + a = 350$$

$$a^3 + a - 350 = 0$$

$a^3 + a - 350 = 0$ est basé sur le modèle $a^3 + ap + q = 0$ avec:

- $p = 1$
- $q = -350$

rappel et application de la formule de Cardan/Tartaglia:

$$\bullet a = [-q/2 + \sqrt{(q^2/4 + p^3/27)}]^{(1/3)} + [-q/2 - \sqrt{(q^2/4 + p^3/27)}]^{(1/3)}$$

$$a = (-(-350)/2 + \sqrt{((-350)^2/4 + ((1)^3)/27})^{(1/3)} + (-(-350)/2 - \sqrt{((-350)^2/4 + ((1)^3)/27})^{(1/3)}$$

$$a = 7$$

--- autres racines ? ---

division euclidienne de $(a^3 + a - 350)$ par $(a - 7)$

$$(a^3 + 0 \cdot a^2 + a - 350)/(a - 7) = a^2 + 7a + 50$$

$$a^2 + 7a + 50 = 0$$

$$a^2 + 7a + 50 = 0$$

$$\Delta = 7^2 - 4 \cdot 1 \cdot 50 = 49 - 200 = -151$$

$$\sqrt{\Delta} = \pm i\sqrt{151} \text{ (note: 151 est un nombre premier)}$$

- racine #1: $a = (-7 + i\sqrt{151})/2 \cdot 1 = -7/2 + i\sqrt{151}/2$
- racine #2: $a = (-7 - i\sqrt{151})/2 \cdot 1 = -7/2 - i\sqrt{151}/2$

--- résultats finaux ---

■ $a = 7$

■ $a = -3,5 + i\sqrt{151}/2$

■ $a = -3,5 - i\sqrt{151}/2$

----- méthode #2: via une identité remarquable -----

$$a^3 + a = 350$$

$$a^3 + a = 7^3 + 7$$

$$a^3 - 7^3 + a - 7 = 0$$

$$(a^3 - 7^3) + (a - 7) = 0$$

rappel: $x^3 - y^3 = (x - y) \cdot (x^2 + xy + y^2)$

$$(a - 7) \cdot (a^2 + 7a + 7^2) + (a - 7) = 0$$

$$(a - 7) \cdot ((a^2 + 7a + 7^2) + 1) = 0$$

$$(a - 7) \cdot (a^2 + 7a + 50) = 0$$

1) racine pour: $a - 7 = 0$

$$a - 7 = 0$$

$$a = 7$$

2) racine(s) pour: $a^2 + 7a + 50 = 0$

$$a^2 + 7a + 50 = 0$$

$$\Delta = 7^2 - 4 \cdot 1 \cdot 50 = 49 - 200 = -151$$

$$\sqrt{\Delta} = \pm i\sqrt{151} \text{ (note: 151 est un nombre premier)}$$

• racine #1: $a = (-7 + i\sqrt{151})/2 \cdot 1 = -7/2 + i\sqrt{151}/2$

• racine #2: $a = (-7 - i\sqrt{151})/2 \cdot 1 = -7/2 - i\sqrt{151}/2$

--- résultats finaux ---

■ $a = 7$

■ $a = -3,5 + i\sqrt{151}/2$

■ $a = -3,5 - i\sqrt{151}/2$

fin